

(#435). TEORÍA DE PROBABILIDAD E INFERENCIA ESTADÍSTICA SEGÚN ARIS SPANOS (IIIb)

[MONOTEMA] Avanzamos en el tercer capítulo de Probability Theory and Statistical Inference, de Aris Spanos, dando una **noción general de variable aleatoria**:

$$X(.) : S \rightarrow \mathbb{R}_X, \{s : X(s) = x\} := X^{-1}(x) \in \mathfrak{S}, x \in \mathbb{R}$$

La variable aleatoria simple es un caso particular contenido en esta definición general. El espacio de eventos discreto está contenido en este continuo.

Spanos define la **pre-imagen** $X^{-1}(.)$ de la variable aleatoria $X(.)$ como una función que mapea números reales en el espacio de eventos: $X^{-1}(.) : \mathbb{R} \rightarrow \mathfrak{S}$

De este modo, si $X(.) : S \rightarrow \mathbb{R}_X$, entonces:

$$x \in \mathbb{R}_X, X^{-1}(x) \in \mathfrak{S}$$

$$x \notin \mathbb{R}_X, X^{-1}(x) = \emptyset \in \mathfrak{S}$$

En la definición general de variable aleatoria:

$$X^{-1}((-\infty, x]) \in \mathfrak{S} \quad x \in \mathbb{R}$$

El conjunto de todos esos intervalos es un **Borel-field** $\mathbb{B}(\mathbb{R})$:

$$\mathbb{B}(\mathbb{R}) = \sigma([-], x \in \mathbb{R})$$

De este modo:

$$X^{-1}(.) : \mathbb{B}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathfrak{S}$$

Y así Spanos realiza una metamorfosis del espacio probabilístico gracias a la función variable aleatoria:

$$(S, \mathfrak{F}, \mathbb{P}(\cdot)) \xrightarrow{X(\cdot)} (\mathbb{R}, \mathbb{B}(\mathbb{R}), P_x(\cdot))$$

que es el espacio inducido por la variable aleatoria.

